CONCURS TRANSDISCIPLINAR
”CUZA SMART”
MATEMATICĂ
27 MARTIE 2018

Varianta 1

Pentru itemii de la 1 la 18 alegeți litera corespunzătoare răspunsului corect.

M1. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie: $x * y = xy + 4x + 4y + 12, \ \forall x, y \in \mathbb{R}$. Elementul neutru este:

a. -3 **b.** -4 **c.** -5 **d.** 0 **(0,5p)**

M2. Fie $G = \left\{A(x) = \begin{pmatrix} cosx & sinx \\ -sinx & cosx \end{pmatrix} | x \in R\right\}$. Știind că $H = \left\{A(0), A\left(\frac{\pi}{2}\right), A(\pi), A\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right\}$, împreună cu operația de înmulțire a matricelor este grup, numărul de subgrupuri ale lui $(H,\cdot)$ este:

a. 1 **b.** 2 **c.** 3 **d.** 16 **(0,5p)**

Următorul enunț se referă la itemii **M3, M4** *și* **M5**

Se consideră funcția $f: (0, \infty) \to R$; $f(x) = \frac{lnx}{\sqrt{x}}$ și F:(0,∞) →R ; $F(x) = 2\sqrt{x}(lnx - a) + b$ o primitivă a funcției f.

M3. Să se determine N, numărul punctelor de inflexiune pentru funcția F.

a. $N = 0$ **b.** $N = 1$ **c.** $N = 2$ **d.** $N = 3$ **(0,5p)**

M4. Să se determine $S = a + b$, știind că $F(1) = 2$

a. $S = 2$ **b.** $S = 4$ **c.** $S = 8$ **d.** S = - 2 **(0,5p)**

M5. Să se determine $L = \lim_{x \to 1} \frac{F(x) - F(1)}{x - 1}$

a. $L = 0$ **b.** $L = 1$ **c.** $L = 2$ **d.** $L = 3$ **(0,5p)**

Următorul enunț se referă la itemii **M6** *și* **M7**

Pe mulțimea $G = (2, \infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = 6 - 2x - 2y + xy$.

M6. Să se calculeze $S = x + y$, unde x și y sunt soluțiile în N ale ecuației $x * y = 4, \ x, y \in G, \ x < y$

a. $\boldsymbol{S = 1}$ **b.** $\boldsymbol{S = 7}$ **c.** $\boldsymbol{S = 9}$ **d.** $\boldsymbol{S = 11}$ **(0,5p)**

M7. Să se rezolve ecuația: $3 * 4 * 5 * \ldots . * 2018 * x = 2017! + 2$.

a. $x = 2016$ **b.** $x = 2017$ **c.** $x = 2018$ **d.** $x = 2019$ **(0,5p)**

M8. Fie $G = (-1,1)$ o mulțime pe care se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x+y}{1+xy}, \forall x, y \in G$. Știind că $f: G \to (0, \infty)$, prin $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ realizează un izomorfism între grupul $(G,*)$ și grupul $((0, \infty),\cdot)$ să se calculeze $\left[\sum_{k=2}^{n} f\left(\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots . * \frac{1}{k}\right)\right], n \in N^*, n \geq 2$, unde $[x]$reprezintă partea întreagă a lui x.

a.0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3 **(0,5p)**

M9. Fie $f: R \to R$, $f(x) = [2x] \cdot (2x - [2x])$. Să se calculeze $I = \int_0^1 f(x)dx$.

a. $\frac{16}{3}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{8}{3}$ **d.** 3 **(0,5p)**

M10. Fie $M = \{0,1,2,3\}$. Pe $M \times M \to M$ se definește legea de compoziție

CONCURS TRANSDISCIPLINAR
”CUZA SMART”
MATEMATICĂ
27 MARTIE 2018

Varianta 1

$(x,y) \to x*y = \begin{cases} |x-y|+1, x<y<3 \\ max\{x,y\}, \text{în } rest \end{cases}$. Fie ecuația $z*2=2$ .Stabiliți dacă

a. $z=0, z=1$ **b.** $z=1, z=3$ **c.** $z=0, z=2$ d) $z=1, z=2$ **(0,5p)**

M11. Să se determine $a>0$ astfel încât: $\int_0^a (3x^2+6x-4)dx = 0$

a. $a=1$ **b.** $a=2$ **c.** $a=3$ **d.** $a=4$ **(0,5p)**

M12. Să se calculeze $\int_1^{\sqrt{e}} xlnxdx$.

a. $\frac{1}{4}$ **b.** $\frac{3e-1}{4}$ **c.** $\frac{3e-1}{4}$ **d.** $\frac{e-1}{4}$ **(0,5p)**

M13. Fie $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^2x\, dx$ .Atunci $[9A]$, unde $[x]$ este partea întreagă a numărului real *A*, este:

a.1 **b.** 0 **c.**3 **d.**7 **(0,5p)**

M14. Valoarea integralei $\int_{-1}^{1} \frac{x}{x^2+1} dx$ este:

a. $ln2$ **b.** $\frac{\pi}{4}$ **c.** $ln\sqrt{2}$ **d.** 0 **(0,5p)**

M15. Valoarea integralei $\int_1^e \frac{\sin(lnx)}{x} dx$ este:

a. $cos1$ **b.** $2+cos1$ **c.** $1-cos1$ **d.** $1+cos1$ **(0,5p)**

M16. Se consideră funcţia $f:[0,\infty) \to R$, dată de relaţia $f(x) = \int_0^1 e^{-t} \cdot t^{x+1} dt$. Relaţia corectă pe care o verifică funcţia f este:

a.$(x-1)f(x) = f(x) - \frac{1}{e}$

b. $(x+1)f(x-1) = f(x) + \frac{1}{e}$

c. $f(x-1) = xf(x) - \frac{1}{e}$

d. $\frac{f(x-1)}{x+1} = \frac{f(x)}{x} - \frac{x}{e}$ **(0,5p)**

M17. Fie $f:R \to R$, unde f este o funcţie polinomială, cu $f(0)=0$ şi $f(x) = x^2+2+3\int_1^x \frac{f(t)}{t} dt$, unde $x>0$. Calculați $f(2)$.

a. 12 **b.** 15 **c.**17 **d.** 32. **(0,5p)**

M18. Fie $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} sin\frac{\pi}{[nx]} dx$. Atunci $\lim_{n\to\infty} nI_n$ este :

a.1 **b.** 0 **c.** ∞ **d.** 32. **(0,5p)**