

IX

Varianta 1

Pentru itemii M1-M18 marcați pe grila de răspuns semnul X asociat literei răspunsului corect.

M1. Fie ecuația $x^2 + (5 - 5m)x + 6m^2 - 13m + 6 = 0$ cu rădăcinile reale x_1 și x_2 și mulțimile $M = \{m \in \mathbb{Z} | x_1, x_2 \in [-1, a]\}$, $A = \{a \in \mathbb{N} | \text{card}(M) = 6\}$. Atunci este adevărată afirmația:

A. $10 \in A$; **B.** $14 \in A$; **C.** $16 \in A$; **D.** $22 \in A$; **(0,5p)**

M2. Dacă $a \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $P(2, a)$ este centrul de simetrie pentru graficul funcției $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$, atunci a este:

A. 2; **B.** 4; **C.** 3; **D.** 0; **(0,5p)**

M3. Fie a soluția ecuației: $\left[\frac{9x-10}{15}\right] + \left[\frac{9x-5}{15}\right] + \left[\frac{3x}{5}\right] = \frac{9x-13}{15}$. Atunci:

A. $a \in (-1,0)$; **B.** $a \in (-1,1)$; **C.** $a \in (1,2)$; **D.** $a \in (2,3)$; **(0,5p)**

M4. Fie şirul de numere reale $(a_n)_{n \geq 1}$, definit prin $a_1 = 0$ şi $a_{n+1} = \frac{3a_n+2}{a_n+2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
Atunci $[a_{2020}]$ este:

A. 2019; **B.** 2021; **C.** 1; **D.** 0; **(0,5p)**

M5. Fie $E_n(x) = \left| \dots \left| x^2 + \frac{n(n+1)}{2} \right| - 1 \right| - 2 \left| \dots \right| - (n-1) \left| \dots \right|$, $n \in \mathbb{N}$. Atunci $E_{2020}(1)$ este:

A. 2009; **B.** 2021; **C.** 2011; **D.** 2009^2 ; **(0,5p)**

M6. Fie triunghiul ABC și $M \in (BC)$ astfel încât $\frac{BM}{MC} = \frac{2}{3}$. Atunci este adevărată relația:

A. $3\overrightarrow{AM} = 5\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ **B.** $5\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$
C. $5\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ **D.** $5\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ **(0,5p)**

M7. Fie $ABCD$ paralelogram cu centrul în O și $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{AB} = x_1 \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CO} = x_2 \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = x_3 \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = x_4 \overrightarrow{AB}$. Atunci $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A. $-\frac{3}{2}$; B. $\frac{1}{2}$; C. $-\frac{1}{2}$; D. $\frac{3}{2}$; (0,5p)

M8. Fie $[AB]$ și $[CD]$ două coarde perpendiculare ale unui cerc de centru O . Dacă $AB \cap CD = \{P\}$ și $|\overrightarrow{PO}| = 2$ notăm cu $E = |\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}|$. Atunci:

A. $E = 4$; **B.** $E = 2$; **C.** $E = 3$; **D.** $E = 6$; **(0,5p)**

M9. Fie triunghiul echilateral ABC de centru O și P un punct în interiorul triunghiului. Notăm cu P_1, P_2, P_3 proiecțiile punctului P pe laturile $[BC], [CA]$, respectiv $[AB]$. Atunci vectorul $\overrightarrow{PP_1} + \overrightarrow{PP_2} + \overrightarrow{PP_3}$ este egal cu:

A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{PO}$; B. $2\overrightarrow{PO}$; C. $\frac{3}{2}\overrightarrow{PO}$; D. $3\overrightarrow{PO}$; (0,5p)

M10. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x+y) = f^2(x) + f^2(y)$, $(\forall)x, y \in \mathbb{R}$ și $f(x) \neq 0$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$. Dacă $I = f(1) + f(2) + \dots + f(2022)$, atunci :

A. $I = 505$; B. $I = 1011$; C. $I = 2020$; D. $I = 4040$; (0,5p)

**CONCURS TRANSDISCIPLINAR
"CUZA SMART"
MATEMATICĂ
9 MAI 2022**



M11. Soluția ecuației $[x[x]] = 1$ este:

- A. $x \in [-1, 2)$; B. $x \in [1, 2) \cup \{-1\}$; C. $x \in [1, 2)$; D. $\{-1\}$; (0,5p)

M12. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât $(f \circ f)(x) = 6x + 2, (\forall) x \in \mathbb{R}$, și $t = f\left(-\frac{2}{5}\right)$.

Atunci $f(t)$ este egal cu:

- A. $-\frac{2}{5}$; B. $\frac{2}{5}$; C. -1 ; D. -2 ; (0,5p)

M13. Fie $ABCD$ pătrat și punctele E și F astfel încât $D \in (EC), EC = 4ED, F \in (BC), BF = DE$.

Dacă $EF \cap AC = \{M\}$ și $\overrightarrow{MA} = x \cdot \overrightarrow{MC}$, atunci x este:

- A. -2 ; B. 2 ; C. $\frac{5}{4}$; D. $-\frac{5}{4}$; (0,5p)

M14. Dacă $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică, atunci suma $S = \frac{a_1+a_3}{a_1^2 a_2^2 a_3^3} + \frac{a_2+a_4}{a_2^2 a_3^2 a_4^2} + \dots + \frac{a_{n-2}+a_n}{a_{n-2}^2 a_{n-1}^2 a_n^2}$, cu $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ este:

- A. $\frac{1}{2r} \left(\frac{1}{a_1^2 a_2^2} - \frac{1}{a_{n-1}^2 a_n^2} \right)$; B. $\frac{1}{r} \left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_n^2} \right)$;
C. $\frac{1}{2r} \left(\frac{1}{a_1^2 a_{n-1}^2} - \frac{1}{a_2^2 a_n^2} \right)$; D. $\frac{r}{a_{n-2}^2 a_{n-1}^2 a_n^2}$; (0,5p)

M15. Soluția ecuației $1 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) + \left(1 - \frac{2}{x}\right) + \dots + \left(1 - \frac{x-1}{x}\right) = 14$ este:

- A. 7 ; B. 14 ; C. 27 ; D. 10 ; (0,5p)

M16. Fie progresia geometrică $(y_n)_{n \geq 1}$ de rație 2 și $n \in \mathbb{N}$, pentru care $y_n = 384$ și $S_n = 765$.

Atunci n este egal cu:

- A. 7 ; B. 123 ; C. 15 ; D. 8 ; (0,5p)

M17. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ ax-5, & x > 0 \end{cases}, a \in \mathbb{R}$. Dacă $A = \{a \in \mathbb{R} \mid f(f(f(-1))) = 2\}$.

Atunci suma elementelor mulțimii A este:

- A. 6 ; B. 7 ; C. $\frac{11}{2}$; D. $\frac{7}{2}$; (0,5p)

M18. Fie mulțimea $M = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{\sqrt{16-6\sqrt{7}} + \sqrt{7}}{x-2} \in \mathbb{Z}\right\}$. Atunci $\text{card}(M)$ este egal cu:

- A. 2 ; B. 4 ; C. 6 ; D. 8 ; (0,5p)

Se acordă un punct din oficiu.

Timp de lucru: 120 minute