CONCURS TRANSDISCIPLINAR
”CUZA SMART”
MATEMATICĂ
9 MAI 2022

Varianta 1

Pentru itemii M1-M18 marcați pe grila de răspuns semnul X asociat literei răspunsului corect.

M1. Funcția $f:(-1,0) \to \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{2}\right)$, $f(x) = \frac{2x^2+3}{5x^2+6}$ este:

A. Strict crescătoare și surjectivă;
B. Nu este injectivă;
C. Strict descrescătoare și surjectivă;
D. Nu este surjectivă; **(0,5p)**

M2. Dacă $f:(0,\infty) \to (2,\infty)$, $f(x) = \sqrt{x^2+4}$ și $g:(2,\infty) \to (0,\infty)$, $g(x) = \sqrt{x^2-4}$ atunci $card(\mathcal{G}_f \cap \mathcal{G}_g)$ este:

A. 1;
B. 0;
C. 2;
D. Niciuna dintre variantele anterioare; **(0,5p)**

M3. Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, astfel încât $|z_1| = 1$, $z_1 \neq z_2$ și $w = \left|\frac{z_1 - z_2}{1 - z_1\overline{z_2}}\right|$. Avem:

A. w depinde de z_2; **B.** $w = 2$; **C.** $w = 1/2$; **D.** $w = 1$; **(0,5p)**

M4. Dacă $\alpha \in \mathbb{R}$ atunci $\left|\frac{\alpha+i}{\alpha-i}\right|$ este:

A. $\alpha^2 + 2$; **B.** 1; **C.** $\frac{|\alpha|+1}{|\alpha|+2}$; **D.** $\left|\frac{\alpha+1}{\alpha^3+2}\right|$; **(0,5p)**

M5. Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} \mid z^2 - 3iz = z - 3i\}$. Atunci este adevărată afirmația:

A. $card(A) = 0$; **B.** $card(A) = 2$; **C.** $card(A \setminus \mathbb{R}) = \infty$; **D.** $card(A \setminus \mathbb{R}) = 0$; **(0,5p)**

M6. Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $\log_2 x + \log_5 x = 1$, atunci:

A. $S = \emptyset$; **B.** $S = \{2^{lg5}\}$; **C.** $S = \{10^{\log_2 5}\}$ **D.** $S = \{10^{\log_5 2}\}$ **(0,5p)**

M7. Suma soluțiilor ecuației $\log_3(2^x + 1) = \log_2(3^x - 1)$ este:

A. 1; **B.** 2; **C.** 3; **D.** 0; **(0,5p)**

M8. Mulțimea soluțiilor reale pozitive ale ecuației $(2x)^{8x} = (8x)^{2x}$ este:

A. $S = \left\{2^{\frac{1}{3}}, 2^{-\frac{1}{3}}\right\}$; **B.** $S = \left\{2^{-\frac{1}{3}}\right\}$; **C.** $S = \left\{2^{-\frac{1}{4}}, 2^{-\frac{1}{3}}\right\}$; **D.** $S = \left\{2^{\frac{1}{3}}\right\}$; **(0,5p)**

M9. Fie S mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3(x+1) + \log_3(2x-1) = \log_9\left(3(x-1)\right)^2$. Atunci $card(S)$ este egal cu:

A. 0; **B.** 2; **C.** 4; **D.** 1; **(0,5p)**

M10. Fie $M = \left\{x \in [0,2\pi) \mid 2^{sin^2x+cosx} + sin^2x + cosx = 2^{cos^2x+sinx} + cos^2x + sinx\right\}$. Atunci $\sum_{x \in M} x$ este:

A. $\frac{\pi}{2}$; **B.** 2π; **C.** π; **D.** $\frac{5\pi}{4}$; **(0,5p)**

M11. Mulțimea soluțiilor ecuației $sin^8x + cos^8x = \frac{17}{32}$, din intervalul $[0,\pi)$, este:

A. $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right\}$; **B.** $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right\}$; **C.** $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\right\}$; **D.** $\emptyset$; **(0,5p)**

CONCURS TRANSDISCIPLINAR
”CUZA SMART”
MATEMATICĂ
9 MAI 2022

X

Varianta 1

M12. Fie $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{4^x - 6^x + 9^x}{4^x + 6^x + 9^x}$ și $I = f(\mathbb{R})$. Atunci I este:

A. $\left[\frac{1}{3}, 1\right)$; **B.** $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$; **C.** $[0,1]$; **D.** $(-1,1)$; **(0,5p)**

M13. Fie $\varepsilon = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ și $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$. Fie $x = a + b$, $y = a\varepsilon + b\varepsilon^2$, $z = a\varepsilon^2 + b\varepsilon$.
Atunci $\theta \in \mathbb{Z}$ pentru care $x^2 + y^2 + z^2 = \theta ab$, este:

A. 1; **B.** 6; **C.** 3; **D.** 4; **(0,5p)**

M14. Fie mulțimea $A = \left\{n \in \mathbb{Z} \middle| E = \sqrt[n+4]{\sqrt[20-n]{n^2 - 10n + 1}}\ are\ sens\right\}$ și $\alpha = \sum_{n \in A} n$. Atunci α este:

A. 148; **B.** 67; **C.** 151; **D.** 70; **(0,5p)**

M15. Fie ecuația $x^3 + \frac{1}{x^3} = \sqrt{2}$ și $E = x^{2020} + \frac{1}{x^{2020}}$. Atunci:

A. $E = 2$; **B.** $E = \sqrt{2}$; **C.** $E = -2$; **D.** $E = -\sqrt{2}$; **(0,5p)**

M16. Fie triunghiul echilateral ABC și $G(z_G)$ centrul său de greutate. Dacă $A(1 + i)$ și $C(1 - i\sqrt{3})$, atunci $\sum z_G$ este:

A. $1 + i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$; **B.** $\frac{2-i(1-\sqrt{3})}{2}$; **C.** $2 + i\sqrt{3}$; **D.** $2 + i(1 - \sqrt{3})$; **(0,5p)**

M17. Fie S mulțimea soluțiilor ecuației $2^{\{\log_2 x\}} = \sqrt{2}$ și $A = S \cap \left(\frac{1}{2020}, 1\right)$. Atunci:

A. $card(A) = 10$; **B.** $card(A) = 12$; **C.** $card(A) = 11$; **D.** $card(A) = 8$; **(0,5p)**

M18. Se consideră mulțimea $X = \{M(z) | z \in \mathbb{C}\ și\ z^{24} = 2\}$ și n numărul pătratelor cu vârfurile în mulțimea X. Atunci:

A. $n = 4$; **B.** $n = 12$; **C.** $n = 24$; **D.** $n = 6$; **(0,5p)**

Se acordă un punct din oficiu.

Timp de lucru: 120 minute