

CONCURS TRANSDISCIPLINAR
"CUZA SMART"
MATEMATICĂ
9 MAI 2022

XI
Varianta 1

Pentru itemii M1-M18 marcați pe grila de răspuns semnul X asociat literei răspunsului corect.

M1. Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 3n^2} - \sqrt{n^2 + n})$ este:

- A. ∞ ; B. 0; C. $\frac{5}{6}$; D. $\frac{1}{2}$; (0,5p)

M2. Calculând $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}) \sin(x^2)$ obținem:

- A. Nu există; B. 0; C. ∞ ; D. 1; (0,5p)

M3. Precizați numărul asimptotelor verticale ale funcției $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{|x-1|-1}{x^2-4}$.

- A. 0; B. 1;
C. 2; D. același cu cel al asimptotelor oblice; (0,5p)

M4. Dacă $a > 0$ și $\frac{1}{e^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax^2 + (b+1)x + 1}{3x^2 + 1} \right)^{2x+a}$, atunci $a + b$ este:

- A. 3; B. -4; C. -1; D. 2; (0,5p)

M5. Numărul soluțiilor ecuației $x + 1 + \cos x = 0$, din intervalul $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$, este:

- A. 0; B. ∞ ; C. 1; D. 2; (0,5p)

M6. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x[x], x \in \mathbb{Q} \\ ax, x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ și $A = \{a \in \mathbb{Z} | f \text{ continuă pe un interval}\}$. Atunci cardinalul mulțimii A este:

- A. 2; B. 1; C. ∞ D. 0 (0,5p)

M7. Fie $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, b \in \mathbb{R}$ și $A = \begin{pmatrix} a & b & 1 & 1 \\ 1 & ab & 1 & b \\ 1 & b & a & 1 \end{pmatrix}$. Atunci rangul matricei A nu e maxim pentru:

- A. $b = 0$; B. $a = 0, b = 1$; C. $a = b = -2$; D. $b \neq 1$; (0,5p)

M8. Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Elementul matricei A^{2022} , situat pe linia 2 și coloana 1, este:

- A. -2^{2022} ; B. $2022 \cdot 2^{2022}$; C. $1011 \cdot 2^{2021}$; D. $-1011 \cdot 2^{2022}$; (0,5p)

M9. Se consideră matricea inversabilă $A \in M_{2022}(\mathbb{C})$, A^* matricea adjuncă, $d = \det(A)$. Atunci $(A^*)^*$ este:

- A. dA^* ; B. $d^{2022}A$; C. $d^{2020}A$; D. $d^{2020}A^*$; (0,5p)

M10. Fie $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $A = \begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ x & -1 & x \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$ să fie inversabilă $\forall x \in \mathbb{R}$. Atunci:

- A. $m \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$; B. $m \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$;
C. $m \in \mathbb{R}$; D. $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$; (0,5p)

CONCURS TRANSDISCIPLINAR
"CUZA SMART"
MATEMATICĂ
9 MAI 2022

XI
Varianta 1

M11. Dacă $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$, atunci:

- A. $L = 0$; B. $L = \frac{2}{3}$; C. $L = e$; D. $L = \infty$; **(0,5p)**

M12. Se consideră ecuația:
$$\begin{vmatrix} 3-b & b-x & x-2 \\ 1-x^2 & -1 & x^2 \\ 3-b-2x & x+b & x \end{vmatrix} = 0.$$

Dacă $B = \{b \in \mathbb{Z} | \text{ecuația admite cel puțin o rădăcină întreagă}\}$ și $T = \sum_{b \in B} |b|$, atunci:

- A. $T = 4$; B. $T = 8$; C. $T = 16$; D. $T = 12$; **(0,5p)**

M13. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$. Dacă dreapta $y = mx + n$ este asimptotă oblică spre $-\infty$ a lui f și $T = \frac{m^2}{n^2}$, atunci:

- A. $T = 1$; B. $T = \frac{1}{4}$; C. $T = 9$; D. $T = 4$; **(0,5p)**

M14. Dacă $M = \sum_{a \in A} a^2$, unde $A = \left\{a \in \mathbb{R} | \text{matricea } \begin{pmatrix} 0 & a & -a \\ -3 & 4 & -3a \\ -a & a & 0 \end{pmatrix} \text{ nu e inversabilă} \right\}$, atunci:

- A. $M = \frac{1}{9}$; B. $M = \frac{1}{4}$; C. $M = 1$; D. $M = \frac{1}{3}$; **(0,5p)**

M15. Dacă $L = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right)^{\frac{1}{3x}}$, atunci:

- A. $L = 1$; B. $L = \sqrt[3]{e}$; C. $L = e$; D. $L = \infty$; **(0,5p)**

M16. Fie funcția $f_m: D_m \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = \frac{4x^2 - 25}{mx^2 + 2x + 1}$, unde $m \in \mathbb{R}$ și D_m este domeniul maxim de definiție. Dacă $\alpha = \sum_{m \in A} m$, unde $A = \{m \in \mathbb{R} | f_m \text{ admite o singură asimptotă verticală}\}$, atunci:

- A. $\alpha = -\frac{3}{25}$; B. $\alpha = \frac{17}{25}$; C. $\alpha = -\frac{17}{25}$; D. $\alpha = -\frac{14}{25}$; **(0,5p)**

M17. Mulțimea soluțiilor inecuației $\frac{\log_2(x^2 - x - 2) - 2}{x - 3} \geq 0$ este:

- A. $(-\infty, -1) \cup (2, \infty) \setminus \{3\}$; B. $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$;
C. $(3, \infty)$; D. $[-2, -1) \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$; **(0,5p)**

M18. Fie sistemul (S)
$$\begin{cases} -3x - my + 2z = 1 \\ mx + (m+1)y - 3z = m+2 \\ 3x - 2y + mz = -1 \end{cases}$$
 unde $m \in \mathbb{R}$ și $M = \{m \in \mathbb{R} | (S) \text{ este incompatibil}\}$. Dacă

$A = \sum_{m \in M} m^2$, atunci:

- A. $A = 5$; B. $A = 9$; C. $A = 25$; D. $A = 13$; **(0,5p)**

Se acordă un punct din oficiu.

Timp de lucru: 120 minute