

**CONCURS TRANSDISCIPLINAR  
"CUZA SMART"  
MATEMATICĂ  
9 MAI 2022**



*Pentru itemii M1-M18 marcați pe grila de răspuns semnul X asociat literei răspunsului corect.*

**M1.**  $\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x) dx$  este egală cu:

- A. 1;                      B.  $\frac{\pi}{4}$ ;                      C.  $\frac{\pi}{8}$ ;                      D.  $\frac{\pi^2}{4}$ ;                      (0,5p)

**M2.** Fie  $G$  subgrup cu 4 elemente al grupului  $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ , iar  $a, b \in \mathbb{C}^*$  și  $\alpha = \prod_{z \in G} (az + b)$ . Atunci  $\alpha$  este:

- A.  $a^4 + b^4$ ;                      B.  $b^4 - a^4$ ;                      C.  $a^4 - a^2 b^2 + b^4$ ;                      D.  $(a^2 + b^2)^2$ ;                      (0,5p)

**M3.** Valoarea sumei  $S = \sum_{x \in \mathbb{Z}_{10}} x$  este:

- A.  $\hat{5}$ ;                      B.  $\hat{0}$ ;                      C.  $\hat{2}$ ;                      D.  $\hat{1}$ ;                      (0,5p)

**M4.** Fie  $I = \int_1^8 \frac{\sqrt[3]{8-x}}{\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{x-1}} dx$ . Atunci  $I$  este egală cu:

- A. 2;                      B.  $\frac{9}{2}$ ;                      C. 4;                      D.  $\frac{7}{2}$ ;                      (0,5p)

**M5.** Numărul soluțiilor ecuației  $x^3 = \hat{1}$  în inelul  $(\mathbb{Z}_{12}, +, \cdot)$  este:

- A. 2;                      B. 1;                      C. 3;                      D. 4;                      (0,5p)

**M6.** Fie  $M = (a, \infty)$  și legea  $x * y = xy - ax - ay$ . Numărul valorilor reale ale lui  $a$  pentru care  $(M, *)$  are structură de grup, este:

- A. 1;                      B. 2;                      C. infinit;                      D. 3                      (0,5p)

**M7.** Fie  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^{1010} 2x}{4 \sin^{2022} x + \cos^{2022} x} dx$ . Atunci  $I$  este egală cu:

- A.  $2^{1009} \arctg 2$ ;                      B.  $2^{1010} \arctg 2$ ;                      C.  $\frac{2^{1009}}{1011} \arctg 2$ ;                      D.  $\frac{2^{1010}}{1011} \arctg 2$ ;                      (0,5p)

**M8.** Fie grupul  $((-1, \infty), *)$ , unde  $x * y = xy + x + y, \forall x, y \in (-1, \infty)$ . Numărul soluțiilor ecuației

$x * x * x * x = 0$  în grupul dat, este:

- A. 0;                      B. 2;                      C. 1;                      D. 4;                      (0,5p)

**M9.** Fie  $p$  probabilitatea ca, alegând un element din inelul  $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ , să nu fie inversabil. Atunci  $p$  este:

- A.  $\frac{1}{3}$ ;                      B.  $\frac{5}{9}$ ;                      C.  $\frac{4}{9}$ ;                      D.  $\frac{2}{3}$ ;                      (0,5p)

**M10.** Fie  $I_n = \int_1^e \ln^n x dx$ . Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ :

- A. Nu există;                      B. Este egală cu 0;                      C. Este egală cu 1;                      D. Este egală cu  $\infty$ ;                      (0,5p)

**M11.** Fie  $I = \int_1^2 \left(x + 1 - \frac{1}{x}\right) e^{x + \frac{1}{x}} dx$ . Atunci  $I$  este egal cu:

- A.  $2e^{\frac{3}{2}} - e$ ;                      B.  $2e^{\frac{3}{2}} + 3e$ ;                      C.  $3e^{\frac{5}{2}} + e$ ;                      D.  $2e^{\frac{5}{2}} - e^2$ ;                      (0,5p)

**CONCURS TRANSDISCIPLINAR  
"CUZA SMART"  
MATEMATICĂ  
9 MAI 2022**



**M12.** Fie  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\sin 2x} dx$ . Atunci  $I$  este egal cu:

- A.  $\frac{\ln 2}{4}$ ;                      B.  $\frac{\ln 2}{2}$ ;                      C.  $\frac{\ln \sqrt{2}}{4}$ ;                      D.  $\frac{3 \ln 2}{2}$ ;                      **(0,5p)**

**M13.** Fie  $f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$  și  $F$  acea primitivă a sa, cu proprietatea că  $F(0) = 0$ . Atunci  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  este:

- A.  $\frac{\pi}{2}$ ;                      B.  $\frac{\pi}{8}$ ;                      C.  $\frac{\pi}{4}$ ;                      D.  $\frac{\pi}{6}$ ;                      **(0,5p)**

**M14.** Dacă  $l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (te^t + \arccos t) dt$ , atunci  $l$  este egală cu:

- A.  $\frac{\pi}{2}$ ;                      B.  $1 + \frac{\pi}{2}$ ;                      C.  $\frac{\pi}{4}$ ;                      D.  $1 + \frac{\pi}{4}$ ;                      **(0,5p)**

**M15.** Fie  $(G, \cdot)$  un grup comutativ și  $a, b \in G$  astfel încât  $\text{ord}(a) = 4$  și  $\text{ord}(b) = 6$ . Atunci  $\text{ord}(a \cdot b)$  este:

- A. 24;                      B. 6;                      C. 12;                      D. 4;                      **(0,5p)**

**M16.** Aria mulțimii cuprinse între graficele funcțiilor  $f, g: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3$  și  $g(x) = \sqrt{x}$ , este egală cu:

- A.  $\frac{37+5\sqrt{2}}{12}$ ;                      B.  $\frac{35}{12}$ ;                      C.  $\frac{37}{12}$ ;                      D.  $\frac{29-8\sqrt{2}}{6}$ ;                      **(0,5p)**

**M17.** Fie  $(\mathbb{R}, *)$  grup, unde  $x * y = x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1}, \forall x, y \in \mathbb{R}$ . Simetricul lui 1 în grupul dat este:

- A. 0;                      B. -1;                      C. 2;                      D. -4;                      **(0,5p)**

**M18.** Fie  $M = (0, \infty)$  și  $\varphi: M \times M \rightarrow M$ ,  $\varphi(x, y) = x * y$  lege de compoziție pe  $M$  care satisface simultan condițiile  $(x + 1) * x = 1, \forall x \in M$  și  $(xy) * z = x(y * z), \forall x, y, z \in M$ . Atunci elementul  $\sqrt{2} * (\sqrt{2} + 1)$  aparține intervalului:

- A. (0,1);                      B.  $(1, \sqrt{2})$ ;                      C.  $(\sqrt{2}, 2)$ ;                      D. (2,  $\infty$ );                      **(0,5p)**

**Se acordă un punct din oficiu.**

**Timp de lucru: 120 minute**