CUZA SMART
MATEMATICĂ CLASA a X-a
MODEL

Pentru itemii 1-15 scrieți pe foaia de răspuns litera corespunzătoare răspunului corect.Fiecare răspuns corect valorează 6 puncte.
Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp de lucru: 120 de minute

1. Fie funcția $f : (-1, 0) \to \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{2}\right), f(x) = \frac{2x^2 + 3}{5x^2 + 6}$ este:
   (a) strict crescătoare și surjectivă
   (b) nu este injectivă
   (c) strict descrescătoare și surjectivă
   (d) nu este surjectivă
   (e) strict crescătoare
   (f) strict descrescătoare

2. Dacă $f : (0, \infty) \to (2, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ și $g : (2, \infty) \to (0, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, atunci card$(G_f \cap G_g)$ este:
   (a) 1
   (b) 0
   (c) 2
   (d) 3
   (e) niciuna dintre variantele anterioare
   (f) 5

3. Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z_1| = 1, z_1 \neq z_2$ și $w = \left|\frac{z_1 - z_2}{1 - z_1\overline{z_2}}\right|$. Avem:
   (a) w depinde de z_2
   (b) $w = 2$
   (c) $w = \frac{1}{2}$
   (d) $w = 1$
   (e) $w = 0$
   (f) $w = \frac{3}{2}$

4. Dacă $\alpha \in \mathbb{R}$, atunci $\left|\frac{\alpha + i}{\alpha - i}\right|$ este:
   (a) $\alpha^2 + 2$
   (b) 1
   (c) $\frac{|\alpha| + 1}{|\alpha| + 2}$
   (d) $\left|\frac{\alpha + 1}{\alpha^3 + 2}\right|$
   (e) $\alpha^2 + 1$
   (f) $\left|\frac{\alpha + 1}{\alpha^2 + 1}\right|$

5. Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} | z^2 - 3iz = z - 3i\}$.Atunci este adevărată afirmația:
   (a) $card(A) = 0$
   (b) $card(A) = 2$
   (c) $card(A - \mathbb{R}) = \infty$
   (d) $card(A - \mathbb{R}) = 0$
   (e) $card(A) = 1$
   (f) $card(A) < 2$

6. Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $\log_2 x + \log_5 x = 1$, atunci:
   (a) $S = \emptyset$
   (b) $S = \{2^{\lg 5}\}$
   (c) $S = \{10^{\log_2 5}\}$
   (d) $S = \{10^{\log_5 2}\}$
   (e) $S = \{5^{\lg 2}\}$
   (f) $S = \{2^{\log_5 2}\}$

7. Suma soluțiilor ecuației $\log_3(2^x+1) = \log_2(3^x-1)$ este:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0 (e) 4 (f) -1

8. Mulțimea soluțiilor reale pozitive ale ecuației $(2x)^{8x} = (8x)^{2x}$ este :

(a) $\{2^{\frac{1}{3}}, 2^{-\frac{1}{3}}\}$ (b) $\{2^{-\frac{1}{3}}\}$ (c) $\{2^{-\frac{1}{4}}, 2^{-\frac{1}{3}}\}$ (d) $\{2^{\frac{1}{3}}\}$ (e) $\{2^{\frac{1}{2}}\}$ (f) $\{2^{\frac{1}{3}}, 2^{-\frac{1}{2}}\}$

9. Fie S mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3(x+1) + \log_3(2x-1) = \log_9(3(x-1))^2$. Atunci $card(S)$ este egal cu:

(a) 0 (b) 2 (c) 4 (d) 1 (e) 3 (f) 5

10. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{4^x - 6^x + 9^x}{4^x + 6^x + 9^x}$ și $I = f(\mathbb{R})$. Atunci I este:

(a) $\left[\dfrac{1}{3}, 1\right)$ (b) $\left[\dfrac{1}{3}, 3\right]$ (c) $[0, 1]$ (d) $(-1, 1)$ (e) $\left(\dfrac{1}{3}, \infty\right)$ (f) $(-1, 3)$

11. Fie $\epsilon = -\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ și $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$. Fie $x = a + b, ya = a\epsilon + b\epsilon^2, z = a\epsilon^2 + b\epsilon$. Atunci $\theta \in \mathbb{Z}$ pentru care $x^2 + y^2 + z^2 = \theta ab$ este:

(a) 1 (b) 6 (c) 3 (d) 4 (e) 0 (f) ϵ

12. Fie mulțimea $A = \{n \in \mathbb{Z} | E = \sqrt[n+4]{\sqrt[20-n]{n^2 - 10n + 1}}$ are sens$\}$ și $\alpha = \sum\limits_{n \in A} n$. Atunci α este:

(a) 148 (b) 67 (c) 151 (d) 70 (e) 152 (f) 68

13. Fie ecuația $x^3 + \dfrac{1}{x^3} = \sqrt{2}$ și $E = x^{2020} + \dfrac{1}{x^{2020}}$. Atunci:

(a) $E = 2$ (b) $E = \sqrt{2}$ (c) $E = -2$ (d) $E = -\sqrt{2}$ (e) $E = 1$ (f) $E = 2\sqrt{2}$

14. Fie triunghiul echilateral ABC și $G(z_G)$ centrul său de greutate. Dacă $A(1+i)$ și $C(1-i\sqrt{3})$, atunci $\sum z_G$ este:

(a) $1+i\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

(b) $\dfrac{2-i(1-\sqrt{3})}{2}$

(c) $2+i\sqrt{3}$

(d) $2+i(1-\sqrt{3})$

(e) $1+i\sqrt{3}$

(f) $2-i(1-\sqrt{3})$

15. Fie S mulțimea soluțiilor ecuației $2^{\{\log_2 x\}} = \sqrt{2}$ și $A = S \cap \left(\dfrac{1}{2020}, 1\right)$. Atunci:

(a) $card(A) = 10$

(b) $card(A) = 12$

(c) $card(A) = 11$

(d) $card(A) = 8$

(e) $card(A) = 9$

(f) $card(A) = 0$